

# Реформа Колмогорова. История ошибок

Препринт Yu.Neretin

*Kolmogorov reform of mathematical education, 1970-1980.*  
arXiv, 2019

По-русски с английским введением.

Из списка литературы в препринте – работающие link'и на многочисленные учебники, статьи времен реформы, воспоминания, полемические статьи, исторические работы и т.п.

Исторических работ мало. Основные:

Апологии:

Абрамов А.М. «Педагогическое наследие Колмогорова.» УМН, 1988 (и др.)

Критика с ультраконсервативных позиций:

Костенко И.П. (Статьи в «Математическом образовании»)

Колягин Ю.М. «Русская школа и математическое образование. Наша гордость и наша боль,» 2001

Колягин Ю.М., Саввина О.А. «Бунт российского министерства и отделения математики АН СССР. (Материалы по реформе школьного математического образования 1960-1970-х гг.)» - Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012.

Вернер А.Л. «А.Д. Александров и школьный курс геометрии.» Математические структуры и моделирование 2012, вып. 25.

# 1. Две легенды, сопровождающие обсуждения Колмогоровкой реформы

**Легенда А.** Элемента анализа в школе появились благодаря Колмогоровской реформе.

Черный вариант - элементы анализа в школе зловредны. Его никогда не было и не должно быть!

Вариант оптимистической трагедии: Несмотря на поражение реформаторов, реформа была успешной! Анализ ввели!

**Легенда Б.** До Колмогоровской реформы школа 70 лет работала по простым учебникам Киселёва.

## **Про элементы анализа.**

Предреформенный стабильный школьный учебник 1966-1976гг.

Кочетков–Кочеткова

*«Алгебра и элементарные функции»*, 9-10 классы

включал разделы:

Функции и пределы

Производная и ее применение к исследованию функций

Комплексные числа

Метод математической индукции

В 1976-1977гг. произошел переход на реформистский учебник «Алгебра и начала анализа» с большим количеством анализа. После отката реформы в программе остался интеграл, а комплексные числа выпали.

По мнению докладчика (в 1983-2001гг. работавшего в МИЭМ, с 1992 - проф. и видевшего итоги школьного обучения на первокурсниках хорошего тогда вуза), интеграл – приобретение весьма сомнительное, а комплексные числа все же потеря.

## **Учебники Киселева.**

Основные:

«Арифметика» (1884),

«Алгебра» (1888),

«Геометрия» (1892)

(многократно перерабатывались самим автором).

Еще был «*Элементы алгебры и анализа*» (в 1920е годы «для трудовой школы»).

При потрясениях времен Великого Перелома учебники Киселева (кроме «Алгебры») из школы выпали.

В 1936-37 происходили бурные выступления математических организаций против тогдашних школьных учебников, см. мою книгу «*Время Лузина.*», УРСС 2021. В итоге в 1938-1940г. Киселева вернули в школу в отредактированном и несколько модернизированном виде

«*Геометрия*» (отредактирована Н.Глаголева, введены геометрические преобразования)

«*Арифметика*» (отредактирована самим Хинчиным, чистка от архаичных элементов)

«*Алгебра*» (отредактирована Барсуковым).

В 1955-56 был переход на новые стабильные учебники (они оставались простыми), Киселев было полностью выпал, но новая «*Стереометрия*» оказалась неудачной, и «*Стереометрию*» Киселева в школу вернули. Последний выпуск по ней был 1976 году.

## 2. Программа – 1959

Важная присказка

50-70е годы – блестящая эпоха ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО математического образования школьников (в том числе и работавшего на провинцию). Это развитие не касалось массовой школы как таковой, которая оставалась очень традиционной. В принципе (если школа не рассматривается как камера хранения), то тогдашний вариант

*компактная реалистичная школьная программа +*

*+ широкое и качественное предложение*

*дополнительного образования*

– вариант хороший. В начале 60х добавилось

*+ физмат-школы + школы-интернаты для провинциалов.*

Если смотреть из сегодняшнего дня, то **60е – первая половина 70х было временем наивысшего расцвета советского математического образования.**

Но математики и педагоги искали способы модернизировать массовую школу. Желание большой реформы, видимо, было всеобщим.

Мы сейчас мы на своей шкуре постигли, что модернизация математических курсов – задача очень сложная, тогдашние математики этого не понимали. С другой стороны, революционные проекты модернизации школьной математики был связаны с тем, что серьезная модернизация обычными средствами была проблематична.

## Глава реформации

Алексей Иванович Маркушевич (1908-1979).

- Классический трактат «*Теория аналитических функций*», 1950
- С 1945 – чл.- АПН РСФСР,
- 1950-1958 и 1964-1975 вице-президент АПН РСФСР (потом АПН СССР).
- Зам. министра просвещения РСФСР 1958-1964 (союзного Минпроса тогда не было).
- В 1959-1966 – депутат Верховного Совета РСФСР

Внес огромный вклад в тогдашнее процветание дополнительного образования.

В 1959гг. разработан проект новой школьной программы по математике. Основные цели

- Увеличить объем геометрических преобразований
- Увеличить объем элементов анализа
- Ввести векторы (которые до того были лишь в гомеопатических дозах).

Основной вопрос при расширении программ - не что ввести, а чем жертвовать, возможности для относительно бескровных жертв были выисканы (хотя и здесь были аргументированные сомнения).

Был конкурс учебников 1962-1964 в 5 номинациях. Первая премия была лишь одна (у упоминавшихся Кочеткова–Кочетковой), проведена Курошем.

Это был простой безобидный учебник, который решал половину программы, относящуюся к анализу.

### **Геометрия.**

В 1963г. в массовую школу (приказом замминистра Маркушевича) был введен учебник

Болтянский, Яглом, *«Геометрия, 9 класс»*,

полностью посвященный геометрическим преобразованиям и векторной алгебре. Предварительной обкатки учебника не было. На следующий год он был отменен приказом министра просвещения, как *«непригодный для массовой школы»* (по словам Колягина).

Учебник был значительно более мирным, чем будущие учебники Колмогоровского проекта, при нормальном ходе событий он все же мог бы оказаться полезной наработкой. Причины неудачи проанализированы не были (и в дальнейшем это обошлось очень дорого: это была репетиция провала Колмогоровской реформы).

Была прямая возможность воплотить геометрическую часть Программы-1959 в жизнь – умеренно реформистский учебник Погорелова, который был задвинут перед Реформой Колмогоровым (впрочем, новому радикальному проекту «Погорелов» уже не соответствовал). Этот учебник много критиковали, справедливо и несправедливо, в любом случае он не вел к потрясениям, и быть может, его удалось бы довести до лучшего состояния, чем то, что мы имеем.

В принципе, цели Программы-1959 могли быть достигнуты и более традиционистскими средствами....



### 3. Путь в революцию

В. Г. Болтянский, Н. Я. Виленкин, И. М. Яглом,

*О содержании курса математики в средней школе,*

Матем. просв., сер. 2, 4, **1959**, 131-143

Авторы – выдающие деятели дополнительного математического образования. Кстати, именно они (наряду с Колмогоровым) представляли профессиональную математику во время разработки проекта Колмогоровской реформы в 1965-67гг.

Основная идея - что можно достичь решительного увеличения объема проходимого материала путем полной перестройки и перекомпоновки всего курса средней и старшей школы, а также отказа от некоторых традиционных принципов преподавания математики. Статья содержит развернутую программу реформы с раскладом «часов».

Понятно, что публикация дискуссионной статьи не означала решения на проведение ее в жизнь. Однако из тогдашних публикаций видно, что и мечты ведущих методистов уходили за рамки Программы-1959 (умеренность программы обеспечивалась сдерживающим влиянием Минпроса).

Дальнейшие проекты основывались на той же идее всеобщей перекомпоновки, отказе от старых технологий, а как «приза» - раздувания программы. Детали и объем менялись (объем программы сначала неуклонно рос, а потом неуклонно падал).

## **Об опасности всеобщей перетряски.**

**А.** Подтвердить такую идею можно только экспериментально.

1) Желательно предварительно написать учебники и задачки (а иначе не будет понятно, о чем вообще идет речь).

2) Возможности одновременного начала экспериментирования по разным классам нет. Эксперимент начинается в 4-ом классе, продолжается в 5-ом, потом в 6-ом, и т.д. Итого 7 лет

3) Нужен еще год для оценки результатов (если все порядке, что выглядит чрезмерно оптимистичным).

4) Если все прекрасно, то запускается общая реформа, и через 7 лет происходит первый выпуск по ней.

Любой другой сценарий выглядит авантюрным. То есть обещается глобальный результат, но время его ожидания весьма велико.

В реальности эксперименты были начаты в 4ом классе в 1968г., а всеобщая реформа (тоже с 4ого класса) – через 2 года в 1970г., одновременно с началом экспериментирования по систематическим курсам планиметрии и алгебры.

Кстати, в момент запуска общей реформы полного комплекта учебников (во всяком случае, изданного) не было.

## **Об опасности всеобщей перетряски.**

**Б.** Математические курсы должны попутно развивать мышление школьника для дальнейшего понимания курса. Раньше (в Российской империи и еще больше в СССР, и отчасти в первые 20 лет демократии) *школьная математика одновременно служила средством развития логического мышления и просто мышления, что имело общекультурное значение* (и, кстати, было одной из причин хорошего отношения к математике в обществе). Понятно, что авторы старых учебников сознательно, используя свое разумение и огромный опыт проб и ошибок (своих и чужих) решали эту задачу.

Соответственно *революционная реформа потенциально несла опасности не только для математики. Но и для всей средней школы и не только для школы.*

Деятели дополнительного образования, высоко себя оценивая (что было справедливо), работали с контингентом, не только отобранном, но и ранее обучавшимся (и продолжавшим обучаться) традиционным образом. Они недопонимали ситуацию и не имели опыта для поиска решений.

Колмогоров эту проблему вообще не понимал (перед запуском реформы он многократно обвинял учебник Киселева в нестрогости и наличии логических ошибок).

## **Международная солидарность.**

Схожие идеи

Никола Бурбаки во Франции

New math (Маршалл Стоун) в США

Mainstream тогдашних дискуссий о будущем математического образования.

Рост веры в возможности умозрительных расчетов...

В последнем номере «Математики в школе» 1964г. Маркушевич анонсировал проект новой программы по математике, разработанной АПН РСФСР.....

В том же номере сообщается о совещании в Минпросе 24 июня 1964г., на котором выступил Колмогоров. Это первое известное его выступление на тему реформы.

Вскоре он становится знаменем и главой проекта и берет публичную ответственность на себя. Судя по всему, он подбавил энтузиазма, которого и без того хватало с избытком.

Позже он же станет предметом всех обвинений.

## 4. Учебники Колмогоровского проекта

Их было пять.

Они быстро менялись (в сторону упрощения и сокращения) с 1968 по 1980г., менялся и состав авторов на обложке. Первая версия

Виленкин Н.Я., Нешков К.И., Шварцбурд С.И., Чесноков А.С., Семушин А.Д., *Математика*, 4-5 класс (под редакцией Маркушевича)

Колмогоров А.Н., Семенович А.Ф., Нагибин Ф.Ф., Черкасов Р.С. *Геометрия*. 6-8 класс. (под редакцией Колмогорова)

Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. С. Муравин, *Алгебра*. 6-8 класс. (под редакцией Маркушевича)

=====

В. М. Клопский, З. А. Скопец, М. И. Ягодовский *Геометрия*. 9 - 10 классы. (под редакцией З. А. Скопеца)

Вейц Б.Е., Демидов И.Т. *Алгебра и начала анализа*, 9-10 классы (под редакцией Колмогорова).

Колмогоров в 1978 назвал учебник *Стереометрии* «определенно неудачным».

Отмена выпускного экзамена в 1977г.

## **5. Стратегические ошибки проекта**

1. Огромный объем.
- 2.
- 3.

## 5. Стратегические ошибки проекта

1. Огромный объем.
2. Теоретико-множественная идеология.

Само слово «множество» ни чем не плохо, так же как его обсуждение в стиле «два притопа, три прихлопа»...

Определение прямой (1970г., 6 класс, третья страница учебника «Планиметрии»)

Определение. Точка  $C$  лежит *между* точками  $A$  и  $B$ , если сумма расстояний  $AB + BC$  равна расстоянию  $AC$ . *Отрезок  $AB$*  это множество точек, лежащих между  $A$  и  $B$ . Наконец, *прямая  $AB$*  - это множество, полученное объединением отрезка  $AB$ , множества точек  $C$ , таких, что  $B$  лежит между  $A$  и  $C$ , и множества точек  $D$ , таких, что  $A$  лежит между  $B$  и  $D$ .

Определение вектора из учебника «Стереометрии» (а у меня это было в 7 классе по «Планиметрии», 1971-72).

Определение. «*Вектором (параллельным переносом)*», определяемым парой  $(A, B)$  несовпадающих точек, называется преобразование пространства, при котором каждая точка  $M$  отображается на такую точку  $M_1$ , что луч  $MM_1$  сонаправлен с лучом  $AB$  и расстояние  $|MM_1|$  равно расстоянию  $|AB|$ .



*Алгебра*, 6 класс, 1974.

В начале учебника авторы вводят соответствия (бинарные отношения) между множествами. Они объясняют это на конечных множествах, а потом через это определяют функции на прямой.

Определение обратного преобразования. «*Стереометрия*», 9 класс, 1977г.

Определение. Преобразование  $f$  [пространства] можно рассматривать как множество всех упорядоченных пар точек  $(M, M_1)$ , где  $M_1 = f(M)$ . Множество всех упорядоченных пар точек  $(M, M_1)$  определяет другое преобразование, отображающее  $M_1$  на  $M$ . Такое преобразование называется обратным преобразованием к  $f$  и обозначается  $f^{-1}$ . Если  $M_1 = f(M)$  то  $f^{-1}(M_1) = M$ .

Да уж, понятней не скажешь...

**3.**

## 5. Стратегические ошибки проекта

1. Огромный объем.
2. Теоретико-множественная идеология.
3. Идея опереть элементарную геометрию на геометрические преобразования и векторную алгебру.

Идея высказывалась с начала XX века. Была прокламация 1964: Дьедонне (соавтор Николы Бурбаки) *«Линейная алгебра и элементарная геометрия»*.

Три учебника Колмогоровского проекта в итоге упростили до терпимого уровня и далее они благополучно использовались. У *«Планиметрии»* Колмогорова наследников не было....

## Сжигание мостов

22 декабря 1977 г. ЦК КПСС и правительство выпустили постановление *«О дальнейшем совершенствовании обучения, воспитания учащихся общеобразовательных школ и подготовки их к труду»*, где, в частности, говорилось

*Школьные программы и учебники в ряде случаев перегружены излишней информацией и второстепенными материалами, что мешает выработке у учащихся навыков самостоятельной творческой работы.*

## **6. «Эксперимент.»**

Апология:

Абрамов А.М. *«Педагогическое наследие Колмогорова.»* УМН, 1988

### **А. Мои воспоминания. Экспериментальная школа.**

Я попал в первую волну эксперимента будучи в 4-7 классах (1968-1972гг.).

По мне, это было хорошо, но я занимался самообразованием и с опережением штудировал геометрию и алгебру по обычным учебникам и обычным пособиям (в том числе продвинутым). Думаю, что было хорошо, что я попал именно в эксперимент (когда колмогоровские учебники еще не упрощались, в качестве дополнительного чтения они были более интересны).

Было хорошо и то, что я сознательно это прервал и выбрал в 1972г. «Константиновскую систему». Заодно (тоже повезло) избежал дурных учебников 9-10 классов.

## **6. «Эксперимент»**

### **А. Мои воспоминания. Экспериментальная школа 710г. Москвы.**

- АПН-овская школа с усиленным составом учителей (ее лучшие времена 1959-1972гг., сейчас не существует)
- Хороший район
- Классы смешанные, частично из микрорайона, частично по набору. То есть усиленного состава.
- И еще...

## **6. «Эксперимент»**

### **А. Мои воспоминания. Экспериментальная школа 710г. Москвы.**

- АПН-овская школа с усиленным составом учителей.
- Хороший район
- Классы смешанные, частично из микрорайона, частично по набору. То есть усиленного состава.
- У нас был факультатив, который вела выдающаяся учительница (работавшая тогда в какой-то АПНовской структуре). Но главное, на факультативе говорилось то, чего не хватало в учебниках. Фактически курс включался в более широкие рамки, в которых он становился более осмысленным.

С точки зрения обучения отдельных (продвинутых) индивидов это было хорошо. Но учебник должен быть самодостаточен сам по себе без факультатива!

И без иного расширения рамок, что было возможно, например, в математических школах.

Я все равно не верю, что «эксперимент» по 6-8 классам у нас в школе был успешным.

## **6. «Эксперимент»**

### **Б. От Тосно до Белоярского.**

Согласно тогдашним публикациям в «Математике в школе» и поздним апологиям Реформы, эксперимент проводился во всех школах Тосненского района Ленинградской области, Суздальского Владимирской области и Белоярского Свердловской области. Сообщается, что он был успешным...

## **6. «Эксперимент»**

### **Б. От Тосно до Белоярского.**

Согласно тогдашним публикациям в «Математике в школе» и поздним апологиям Реформы, эксперимент проводился во всех школах Тосненского района Ленинградской области, Суздальского Владимирской области и Белоярского Свердловской области. Сообщается, что он был успешным...

Однако в той же «Математике в школе» в инструктивной статье к новому 1969-1970г. учебному году (после первого года эксперимента) сообщалось, что ряд тем из учебника 4ого класса отменяются («для углубленного изучения других тем»). В дополнение к этим сокращением прилагался длинный список сокращаемых задач (в том числе по углубленно изучаемым темам).

Перед следующим 1970-1971г. учебным годом ситуация с тем же учебником 4ого класса повторилась....



### **В. Эксперименты по конкурирующим учебникам....**

Формально было 4 «конкурирующих» учебника по 4-5 классам. На остальные 4 позиции было в общей сложности 7 «конкурирующих» учебников (включая четырех «победителей»).

Но при наличии фамилий «Маркушевич» или «Колмогоров» на учебниках никакой конкуренции быть не могло. Да и желающих писать проекты, обречённые в мусорную корзину, было немного.

## 7. О ходе событий

Итак, в 1970г. начинается введение новой программы с 4 класса. Два года проходят внешне спокойно. В сентябре 1972г. начинается всеобщее обучение по новой «Планиметрии» и «Алгебре».

.....

Ошибок было много, их было легко исправлять в промышленных количествах, только ничего не помогало.

Учителя были обвинены в недостаточной квалификации (со значительно более жестким подтекстом), их можно было не слушать. Не слышать миллионы родителей, которых с каждым годом становилось все больше, было невозможно. В 1977г. волна докатилась до вузов, и против Реформы открылся новый фронт.

22 декабря 1977 г. ЦК КПСС и правительство выпустили постановление *«О дальнейшем совершенствовании обучения, воспитания учащихся общеобразовательных школ и подготовки их к труду»*, где, в частности, говорилось

*Школьные программы и учебники в ряде случаев перегружены излишней информацией и второстепенными материалами, что мешает выработке у учащихся навыков самостоятельной творческой работы.*

.....

Контрреформация с участием АН СССР и Минпроса РСФСР (не СССР)

Погорелов А.В. *«Геометрия»*

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадамцев С.Б., Поздняк Э.Г., *«Геометрия»* (тихоновцы)

Александров А.Д., Вернер А. Л., Рыжик В. И. *«Геометрия»*

Жена Понтрягина:

*Я не помню, как у нас в доме появился сотрудник журнала «Коммунист» — Леонид Витальевич Голованов. Он отлично понимал значение проблемы и главный редактор этого журнала Косолапов тоже. Они дали согласие изложить взгляды Понтрягина в своем журнале. Но отдать дань похвалы партии и правительству первым условием было. Лев Семенович категорически отказался от этого. Препирательство между ними шло недели две. В конце концов, Лев Семенович согласился, но сам писать наотрез отказался. Эту часть статьи написал (как положено по канону), Леонид Витальевич Голованов, 16 месяцев ждали появления этой статьи в печати! В течение этого периода Леонид Витальевич временами звонил Льву Семеновичу, и в его словах теплилась надежда, что статья все же выйдет в свет, и что он ходит на цыпочках и говорит шепотом, как бы кого-нибудь не вспугнуть, не потревожить...*

Настоящий доклад: препринт Yu.Neretin  
*Kolmogorov reform of mathematical education, 1970-1980.*  
arXiv, 2019

По-русски с английским введением.

Из списка литературы в препринте – работающие link'и на многочисленные учебники, статьи времен реформы, воспоминания, полемические статьи, исторические работы и т.п.

Основные работы по истории реформы:

Апологии:

Абрамов А.М. «Педагогическое наследие Колмогорова.» Успехи математических наук, 1988 (и др.)

Критика с ультраконсервативных позиций:

Костенко И.П. Статьи в «Математическом образовании»

Колягин Ю.М. «Русская школа и математическое образование. Наша гордость и наша боль,» 2001

Колягин Ю.М., Саввина О.А. «Бунт российского министерства и отделения математики АН СССР. (Материалы по реформе школьного математического образования 1960-1970-х гг.)», 2012.

Вернер А.Л. «А.Д. Александров и школьный курс геометрии.» Математические структуры и моделирование 2012, вып. 25.